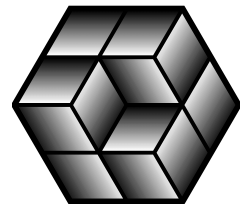


21. Landeswettbewerb Mathematik Bayern

Lösungsbeispiele für die
Aufgaben der 1. Runde 2018/2019



Aufgabe 1

Anna, Britta und Carla sitzen an einem Tisch, auf dem ein gewöhnlicher Spielwürfel liegt. Jede kann drei Würfel­flächen sehen. Anna sieht auf den Würfel­flächen insgesamt 9, Britta 14 und Carla 15 Augen.

Lässt sich mit diesen Angaben die Augenzahl auf der Unterseite des Würfels eindeutig bestimmen?

Lösung:

Ja, die Augenzahl auf der Unterseite lässt sich eindeutig bestimmen: Sie ist 2.

Vorbemerkung:

Bei einem gewöhnlichen Spielwürfel liegen sich immer Augenzahlen gegenüber, die sich zu 7 addieren. Der auf dem Tisch liegende Würfel hat eine Oberseite, eine Unterseite und vier weitere Seitenflächen. Die drei Mädchen sehen dabei jeweils die Oberseite und zwei benachbarte der Seitenflächen.

1. Beweis (durch Betrachtung möglicher Augenkombinationen):

- (1) Carla sieht die Augensumme 15. Die einzige Möglichkeit, 15 als Summe von drei verschiedenen der Zahlen 1, 2, 3, 4, 5, 6 darzustellen, ist $15 = 4 + 5 + 6$. Jede andere Summe aus drei der Zahlen ist kleiner als 15. Carla sieht also 4, 5 und 6 Augen.
- (2) Britta sieht die Augensumme 14. Die einzige Möglichkeit, 14 als Summe von drei verschiedenen der Zahlen 1, 2, 3, 4, 5, 6 darzustellen, ist $14 = 3 + 5 + 6$. Wenn nämlich 6 nicht vorkommt, so ist die Summe höchstens $5 + 4 + 3 = 12$, wenn 5 nicht vorkommt, so ist die Summe höchstens $6 + 4 + 3 = 13$. Britta sieht also 3, 5 und 6 Augen.
- (3) Anna sieht die Augensumme 9. Die einzigen Möglichkeiten, 9 als Summe von drei verschiedenen der Zahlen 1, 2, 3, 4, 5, 6 zu kombinieren, sind $9 = 1 + 2 + 6$, $9 = 1 + 3 + 5$, $9 = 2 + 3 + 4$. Zwei der drei Zahlen müssen nämlich kleiner als 4 sein, da sonst die Summe $1 + 4 + 5 = 10$ zu groß ist. Somit bleiben nur diese drei Möglichkeiten. Die Kombination $9 = 1 + 2 + 6$ ist unmöglich, da 1 und 6 gegenüber liegen und daher nicht gleichzeitig gesehen werden können. Die Kombination $9 = 2 + 3 + 4$ ist unmöglich, da 3 und 4 gegenüber liegen und daher nicht gleichzeitig gesehen werden können. Anna sieht also 1, 3 und 5 Augen.

Nach (1), (2) und (3) ist 2 die einzige Augenzahl, die kein Mädchen sieht. Sie muss unten liegen.